



Formulario de ALGEBRA

Leyes de Exponentes

- | | |
|---|---|
| 1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ | 8. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \times n}$ |
| 2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | 9. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ |
| 3. $a^0 = 1$ | 10. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ |
| 4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ | 11. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^m = a^{\frac{m}{n}}$ |
| 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ | 12. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{m}{n}}$ |
| 6. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ | 13. $a^x = a^y \rightarrow x = y$ |
| 7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ | 14. $x^a = y^a \rightarrow a = 0$ |
| | 15. $x^x = a \rightarrow x = a$ |

Productos Notables

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
- $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(a + c)$
- $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- $(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ac)x + abc$
- $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$
- $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
- Si: $a + b + c = 0 \rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$

ó

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

se cumple que: $a = b = c$ ó si $a + b + c = 0$

Desigualdades e Inecuaciones

- Si: $x^2 < a \rightarrow \sqrt{a} < x < \sqrt{a} \quad \forall a > 0$
- Si $x^2 > a \rightarrow x > \sqrt{a}$ ó $x < -\sqrt{a} \quad \forall a > 0$
- Si: $\sqrt{a} \leq \sqrt{b} \rightarrow a \geq 0 \cap b \geq 0 \cap a \leq b$
- Si: $\sqrt{a} \geq \sqrt{b} \rightarrow a \geq 0 \cap b \geq 0 \cap a \geq b$

Valor Absoluto

- $|x| \geq 0$
- $|x| = |-x|$
- $|x^2| = |x|^2 = x^2$
- $-|x| \leq x \leq |x|$
- $\sqrt{x^2} = |x|$
- $|x \cdot y| = |x| |y|$
- $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$
- $|x + y| \leq |x| + |y|$
- $|x| = |b| \rightarrow x = b \cup x = -b$
- $|x| = b, b \geq 0 \rightarrow x = b \cup x = -b$
- $|x| = b, b < 0 \rightarrow x \in \emptyset$
- $|x| \leq b, b > 0 \rightarrow -b \leq x \leq b$
- $|x| \geq b \rightarrow x \geq b \cup x \leq -b$

Fraciones Algebraicas

Propiedad: $(MCM) (MCD) = P(x) \cdot Q(x)$

1. **Fración Propia:** $\frac{x^2 - x + 1}{x^4 + x^2 - x + 4}$

2. **Fración Impropia:** $\frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 - 2}$

Fraciones Parciales

1. $\frac{N}{(x+a)(x+b)} = \frac{A}{(x+a)} + \frac{B}{(x+b)}$

2. $\frac{N}{(x+a)^3} = \frac{P}{(x+a)} + \frac{Q}{(x+a)^2} + \frac{R}{(x+a)^3}$

$$3. \frac{N}{x^3 \pm a^3} = \frac{A}{(x \pm a)} + \frac{Bx + C}{(x^2 \mp ax + a^2)}$$

Radicación – Racionalización		
Caso	Expresión	Factor racionalizante
I	\sqrt{a}	\sqrt{a}
II	$\sqrt[3]{a}$	$\sqrt[3]{a^2}$
III	$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$	$\sqrt{a \mp \sqrt{b}}$
IV	$\sqrt[3]{a \pm \sqrt[3]{b}}$	$\sqrt[3]{a^2 \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$
V	$\sqrt[3]{a^2 \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt{b^2}}$	$\sqrt[3]{a \pm \sqrt[3]{b}}$

Radicales Dobles

$$\sqrt{S \pm 2\sqrt{P}} = \sqrt{m} \pm \sqrt{n}, \text{ Donde: } S = m + n \wedge P = m.n.$$

Números Complejos	
1. $i = i$	Número Real $\frac{a+bi}{c+di} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
2. $i^2 = -1$	
3. $i^3 = -i$	Número imaginario puro $\frac{a+bi}{c+di} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{-b}{c}$
4. $i^4 = 1$	
5. $(1+i)^2 = 2i$	
6. $(1-i)^2 = -2i$	
7. $\frac{1+i}{1-i} = i$	
8. $\frac{1-i}{1+i} = -i$	
9. $(1+i)^4 = -4$	
10. $(1-i)^4 = -4$	

Ecuaciones Lineales

Si: $ax = b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \quad \forall a \neq 0$

Si: $a \neq 0 \Rightarrow$ Ecuación compatible determinada

Si: $a = 0 \wedge b = 0 \Rightarrow$ Ecuación compatible indeterminada

Si: $a = 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow$ Ecuación incompatible

Observación: Toda ecuación compatible es consistente y toda ecuación incompatible es inconsistente.

Ecuaciones de Segundo Grado

Forma: $ax^2 + bx + c = 0 \quad \forall a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discusión de sus Raíces

Sea: $\Delta = b^2 - 4ac$ Discriminante

- 1) $\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$
- 2) $\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \in \mathbb{R}$
- 3) $\Delta < 0 \Rightarrow$ Las raíces son complejas conjugadas.

Propiedades de sus raíces

1. $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$
2. $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
3. $D = x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Construcción de una ecuación de segundo grado

$x^2 - Sx + P = 0$

Sistema de Ecuaciones Lineales	
Sea: $ax + by = c$ $mx + ny = p$	
1. Sistema Compatible Determinado $\frac{a}{m} \neq \frac{b}{n}$	2. Sistema Compatible Indeterminado $\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$
3. Sistema Incompatible o Absurda $\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$	

Ecuaciones Polinomiales

Ecuación Bicuadrada: $ax^4 + bx^2 + c$

1. Suma de raíces: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$
2. Suma de productos binarios: $x_1 \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4 = \frac{b}{a}$
3. Producto de raíces: $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{c}{a}$

Teorema de Cardano – Viete

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + Dx^{n-3} + \dots + z$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \frac{-b}{a}$$

Suma Binaria

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots = \frac{c}{a}$$

Suma Terciaria

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \dots = \frac{-d}{c}$$

Producto de raíces

$$x_1 x_2 x_3 \dots x_n = \pm \frac{z}{a}$$

n es par (+)
n es impar (-)

Logaritmos

- | | |
|---|---|
| 1. $\text{Log}_a N = x \rightarrow N = a^x$ | 12. $\text{Colog}_a b = -\text{Log}_a b$ |
| 2. $\text{Log}_a a^x = x$ | 13. $\text{antilog}_b N = b^N$ |
| 3. $N = a^{\text{Log}_a N}$ | 14. $\text{Log}_a \text{antilog}_a N = N$ |
| 4. $\text{Log}_a a = 1$ | 15. $\text{antilog}_a \text{Log}_a N = N$ |
| 5. $\text{Log}_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \cdot \text{Log}_a b$ | 16. $\text{Ln}(x) = \text{Log}_e x$ |
| 6. $\text{Log}_a b^n = n \cdot \text{Log}_a b$ | 17. Si: $\text{Log}_a x = \text{Log}_b y \rightarrow x = y$ |
| 7. $\text{Log}_a (x \cdot y) = \text{Log}_a x + \text{Log}_a y$ | 18. Si: $M = N$ |
| 8. $\text{Log}_a (x/y) = \text{Log}_a x - \text{Log}_a y$ | $\text{Log}_b M = \text{Log}_b N$ |
| 9. $\text{Log}_a b = \frac{1}{\text{Log}_b a}$ | |
| 10. $\text{Log}_a b = \frac{\text{Log}_c b}{\text{Log}_c a}$ | |
| 11. ${}_b \text{Log}_a c = {}_c \text{Log}_a b$ | |



Formulario de ARITMETICA

CONJUNTOS

Extensión: Enumera los elementos

Comprensión: Sint. $A = \{x/x \in N\}$

Pertenencia: elemento \in Conjunto

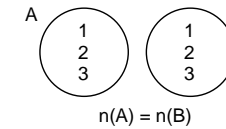
Inclusión: sub – conjunto \subset conjunto

Sub – conjuntos: $n [P(a)] = 2^{n(a)}$

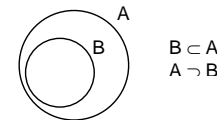
Sub – conjuntos propios: $2^{n(a)} - 1$

Conjuntos iguales

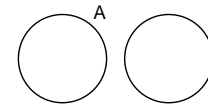
elementos iguales e igual cantidad



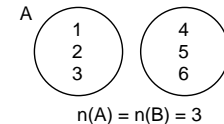
Conjuntos comparables



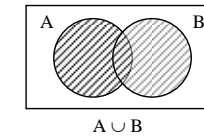
Conjuntos distintos



Conjuntos equivalentes

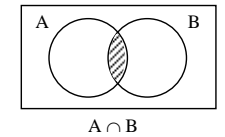


Unión:



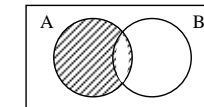
$A \cup B$

Intersección:

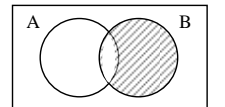


$A \cap B$

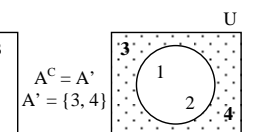
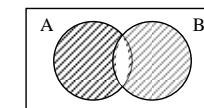
A – B



B – A



A – B



RADICAL $\left(F = \frac{N}{D} \right)$

Fracción Propia: $N < D$

Fracción Impropia: $N > D$

Fracción Mixta: $5\frac{1}{3}, 7\frac{1}{7}$

Fracción equivalente

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3k}{5k}$$

Decimal periódico puro:

$$0,\overline{abc} = \frac{\overline{abc}}{999}$$

Decimal periódico mixto:

$$0,\overline{abcd} = \frac{\overline{abcd} - \overline{ab}}{9900}$$

RAZONES Y PROPORCIONES

$r = \frac{a}{b}$ razón geométrica

$r = a.b$ razón aritmética:
donde: a = antecedente
b = consecuente

Proporción geométrica

1) **P.G. discreta** ($a \neq b \neq c \neq d$).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$ad = bc$
a y d extremos
b y c medios
 $d = 4ta$ proporcional

Promedios

$$P.A. = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

$$P.G. = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

$$P.H. = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

$$P.A. > P.G. > P.H. \quad MA = \frac{a+b}{2} \quad MG = \sqrt{ab}$$

$$MH = \frac{2ab}{a+b} \quad MG^2 = MA \cdot MH$$

$$MA - MG = \frac{(a-b)^2}{4(MA + MG)}$$

2) **P.G. continua** (medios iguales)

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \begin{matrix} c = \text{tercera proporcional} \\ b = \text{media proporcional} \\ \text{ó media geométrica} \end{matrix}$$

$$b = \sqrt{a \cdot c}$$

Propiedades:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p} = \frac{d}{q} = k$$

$$a = mk; \quad b = nk \\ c = pk; \quad d = qk$$

$$\frac{a+b+c+d}{m+n+p+q} = k$$

$$\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{m \cdot n \cdot p \cdot q} = k^4$$

donde 4 es el número de razones

MAGNITUDES PROPORCIONALES

A Dp B $\Rightarrow \frac{A}{B} = k$

A Ip B $\Rightarrow A \cdot B = k$

Reparto Proporcional

Directa: d.p a, b, c # Z

$$N \left\{ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right\} (+) \\ a+b+c$$

$$k = \frac{N}{a+b+c}$$

1ra parte $\rightarrow a \left(\frac{N}{a+b+c} \right)$

2da parte $\rightarrow b \left(\frac{N}{a+b+c} \right)$

3ra parte $\rightarrow c \left(\frac{N}{a+b+c} \right)$

Inversa: I.P D.P. a, b, c, # Z

$$N \left\{ \begin{matrix} a & 1/a \\ b & 1/b \\ c & 1/c \end{matrix} \right.$$

m.c.m. (a, b, c) = a.b.c

DP

$$\left. \begin{matrix} \frac{1}{a} (a \cdot b \cdot c) \rightarrow bc \\ \frac{1}{b} (a \cdot b \cdot c) \rightarrow ac \\ \frac{1}{c} (a \cdot b \cdot c) \rightarrow ab \end{matrix} \right\} + \\ bc + ac + ab$$

$$k = \frac{N}{bc + ac + ab}$$

1ra parte $\rightarrow bc \left(\frac{N}{bc + ac + ab} \right)$

2da parte $\rightarrow ac \left(\frac{N}{bc + ac + ab} \right)$

3ra parte $\rightarrow bc \left(\frac{N}{bc + ac + ab} \right)$

La compuesta: (las dos)

REGLA DE 3

Directa ↑↑ ↓↓

$\frac{Vol}{4.10.8}$	$\frac{soles}{2500}$
\uparrow	\uparrow
x	x

$$x = \frac{4.10.8(2500)}{5.4.2} = 20.000$$

Inversa: ↑↓ ↓↑

$\frac{Obreros}{20}$	$\frac{días}{10}$
\downarrow	\uparrow
5	x

$$x = \frac{20 \cdot 10}{5} = 40 \text{ días}$$

Compuesta

$\frac{Obreros}{20}$	$\frac{días}{10}$	$\frac{obras}{2/5}$
\uparrow	\downarrow	\uparrow
x	20	$3/5$

$$\frac{x}{20} = \frac{10}{20} \cdot \frac{3}{2} = 15 \text{ obreros}$$

PORCENTAJES

El 7% de 50

$$\frac{7}{100} \cdot 50 \Rightarrow \frac{7}{2}$$

$$Pv = Pc + G \quad Pv > Pc$$

$$Pv = Pc - P \quad Pv < Pc$$

$$Pv = Pl - \text{rebaja ó descuento}$$

$$G_{bruta} = G_{neta} + \text{Gastos}$$

+ 10% - 30%

$$110\% \quad 70\% \Rightarrow \frac{110}{100} \cdot 70 \Rightarrow 77\% \text{ lo que paga}$$

100% - 77% \Rightarrow 23% descuento

CUATRO OPERACIONES

Suma: $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$

$$t_n = t_1 + (n - 1)r$$

$$n = \frac{t_n - t_1}{r} + 1$$

$$S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2} \right) n$$

Resta: $N - S = D$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \end{array} \quad y = 9$$

$$\begin{array}{r} \overline{c b a} \\ - \overline{x y z} \\ \hline \end{array} \quad x + z = 9$$

$$a - c = x + y$$

Multiplicación: $M \times m = P$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ \times \overline{mn} \\ \hline \overline{m(abc)} \\ \overline{m(abc)} \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Productos} \\ \text{parciales} \end{array} \right\} \text{producto}$$

División:

$$D = dq + r \quad \text{general}$$

$$D = dq_d + rd$$

$$D = dq_e - re$$

$$rd + re = d$$

$$r \min = 1$$

$$qe - qd = 1$$

$$r \max = d - 1$$

Complemento aritmético

$$CA(\overline{ab}) = 10^2 - ab$$

$$CA(\overline{abcd}) = 10^4 - abcd$$

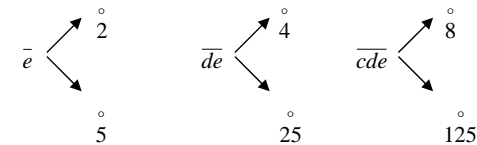
$$CA(abc) \Rightarrow (9-a)(9-b)(10-c)$$

$$CA(abcde) \Rightarrow (9-a)(9-b)(9-c)(9-d)(10-e)$$

Divisibilidad

$$\overset{\circ}{2}, \overset{\circ}{4}, \overset{\circ}{8}, \overset{\circ}{16} \quad \overline{abcde}$$

$$\overset{\circ}{5}, \overset{\circ}{25}, \overset{\circ}{125}, \overset{\circ}{625}$$



$$\overline{bcde} \begin{array}{l} \nearrow \overset{\circ}{16} \\ \searrow \overset{\circ}{625} \end{array} \quad \frac{421}{cde} = \overset{\circ}{8}$$

PRIMOS Y COMPUESTOS

$$N = a^\alpha \cdot B^\beta \cdot \dots \cdot Z^\phi$$

divisores notables (Dn)

$$D_n = (\alpha + 1) (\beta + 1) \cdot \dots \cdot (\phi + 1)$$

divisores primos (Dp)

$$a \cdot B \cdot \dots \cdot Z$$

divisores simples (Ds)

$$Ds = Dp + 1$$

Divisores compuestos (Dc)

$$Dc = Dn - Ds$$

Suma de divisores (Sn)

$$S_n = \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \cdot \frac{B^{\beta+1} - 1}{B - 1} \dots \frac{Z^{\phi+1} - 1}{Z - 1}$$

Suma de Dp

$$a + B + \dots + Z$$

Suma de Ds

$$a + B + \dots + Z + 1 \Rightarrow S_{Ds} = S_{Dp} + 1$$

MCD y MCM

$$N = 2^3 \cdot 5^{11} \cdot 11 \quad MCD = 2^3 \cdot 5^2$$

$$M = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \quad MCM = 2^4 \cdot 5^{11} \cdot 7 \cdot 11$$

Algoritmo de Euclides ó método de sucesivos (MCD)

	14	1	5
178	12	10	ⓂMCD
10	2	0	

residuos

Propiedades

1. A y B son PESI
MCD = 1
MCM = A.B
2. A = MCDq₁
B = MCDq₂
3. A.B = MCD . MCM
4. MCDq₁q₂ = MCM

$$5. N \begin{cases} \nearrow a+x \\ \rightarrow b+x \\ \searrow c+x \end{cases} \quad N = mcm(abc) + x$$